



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Introducción al Álgebra 12-1

Control 2

P1. Sean A, B, C, D conjuntos no vacíos tales que $A \cap C = \emptyset$ y $B \cap D = \emptyset$ y sean $f : A \rightarrow B$ y $g : C \rightarrow D$ dos funciones. Se define $h : A \cup C \rightarrow B \cup D$ tal que, $\forall x \in A \cup C$,

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in A \\ g(x) & \text{si } x \in C \end{cases}.$$

- (i) (2,0 ptos.) Demuestre que si f, g son inyectivas, entonces h es inyectiva.
- (ii) (2,0 ptos.) Demuestre que si f, g son sobreyectivas, entonces h es sobreyectiva.
- (iii) (2,0 ptos.) Si f, g son biyectivas, demuestre que h es biyectiva y encuentre su inversa. Justifique su respuesta.

P2. Sea $E \neq \emptyset$ un conjunto cualquiera y $A \subseteq E$ con $A \neq \emptyset$. Se define

$$\begin{aligned} f : \mathcal{P}(E) &\longrightarrow \mathcal{P}(E) \\ X &\longmapsto f(X) = X \setminus A \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} g : \mathcal{P}(E) &\longrightarrow \mathcal{P}(E) \\ X &\longmapsto g(X) = X \cup A \end{aligned}$$

- (i) (3,0 ptos.) Demuestre que $f \circ g = f$ y que $g \circ f = g$.
- (ii) (1,5 ptos.) Demuestre que $f^{-1}(\{\emptyset\}) = \mathcal{P}(A)$ (conjunto preimagen).
- (iii) (1,5 ptos.) Demuestre que $\forall X \in \mathcal{P}(E), f(X) \neq A$.

Consultas sólo al auxiliar
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15